

Codage des nombres à virgule en base 2

I Conversion de la base 2 à la base 10.

Les chiffres à gauche de la virgule correspondent à des puissances positives, ceux situés à droite à des puissances de 2 négatives.

Exemple :

On a :

$$110,1011_2 = 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}$$

$$110,1011_2 = 6,6875_{10}$$

II Conversion de la base 10 à la base 2.

Exemple : 6,6875₁₀

Commencer par convertir la partie entière voir cours précédent.

$$6_{10} = 110_2$$

Pour convertir la partie décimale, nous allons suivre l'algorithme suivant :

On multiplie la partie décimale par 2

Si le nombre obtenu est supérieur à 1, nous gardons 1, sinon nous prenons 0

On garde la partie décimale du nombre obtenu.

On recommence.

:

:

$$0,6875 \times 2 = 1,375 \quad \text{on garde 1}$$

$$0,375 \times 2 = 0,75 \quad \text{on prend 0}$$

$$0,75 \times 2 = 1,5 \quad \text{on garde 1}$$

$$0,5 \times 2 = 1 \quad \text{on garde 1}$$

$$0,6875_{10} = 0,1011_2$$

$$\text{Finalement : } 6,6875_{10} = 110,1011_2$$

III Ecriture infinie.

Certains nombres ont une écriture décimale infinie périodique (par exemple $7/11=0,63636363\dots$). Et certains ont une écriture binaire infinie périodique, alors même que leur écriture décimale est infinie.

Exemple : $0,2_{10}$

$$0,2 \times 2 = 0,4 \quad \text{on prend 0}$$

$$0,4 \times 2 = 0,8 \quad \text{on prend 0}$$

$$0,8 \times 2 = 1,6 \quad \text{on garde 1}$$

$$0,6 \times 2 = 1,2 \quad \text{on garde 1}$$

0,2 on boucle

$$0,2_{10} = 0,0011001100110011\dots_2$$

IV Codage des nombres à virgule

A Virgule fixe et virgule flottante.

Il existe deux encodages des nombres à virgule en machine : le codage en virgule fixe, et le codage en virgule flottante (norme IEEE-754)

Le codage en virgule fixe est encore utilisé dans certains microcontrôleurs. Le codage en virgule flottante est utilisé partout ailleurs : ordinateurs, smartphones...

L'idée du codage en virgule fixe est de retenir un nombre fixe de chiffres après la virgule.

Dans le cas du codage en virgule flottante, on retient un nombre fixe de chiffres significatifs (beaucoup de chiffres après la virgule pour les petits nombres, et beaucoup de chiffres avant la virgule pour les grands nombres).

B Les nombres à virgule sont approchés.

Quel que soit le codage choisi, le problème est le même : si le nombre a une écriture infinie en base 2, il ne peut pas être représenté dans un ordinateur qui ne stocke qu'un nombre fini de chiffres et utilise la base 2. Le nombre manipulé sur machine n'est alors qu'une valeur approchée du nombre réel.

C'est le cas avec tous les langages qui utilisent les nombres flottants.